第一节　集合的表示

集的定义

集是数学的基本概念之一. 它不能用其它更基本的数学概念严格定义之, 只能给予一种描述性的说明.

集的定义 在一定范围内的个体事物的全体, 当将它们看作一个整体时, 我们把这个整体称为一个集合, 其中每个个体事物叫做该集合的元素.

例 1. 全体自然数.

例 2. 0 与 1 之间的实数全体.

例 3. A、B、C 三个字母构成的集.

再例如, 数学分析中的实数集, 有理数集, 函数的定义域和值域, 满足某些给定条件的数列或函数的全体所成的集等都是常用的集.

集合的表示

一般用大写字母如 A, B, C 等表示集, 用小写字母如 a, b, c 等表示集的元素.

若 a 是集 A 的元素, 则用记号 $a \in A$ 表示 (读作 a 属于 A).

若 a 不是集 A 的元素, 则用记号 $a \notin A$ 表示 (读作 a 不属于 A).

不含任何元素的集称为空集, 用符号 $\varnothing$ 表示.

约定:

自然数集 $\mathbb{N}$, 整数集 $\mathbb{Z}$, 正整数集 $\mathbb{Z}^+$, 有理数集 $\mathbb{Q}$, 实数集 $\mathbb{R}$, 复数集 $\mathbb{C}$.

集合的表示方法

第一种方法: 列举法, 即列出给定集合的全部元素. 例如

$$A = \{a, b, c\}.$$

$$B = \{1, 3, 5, \cdots, 2n-1, \cdots\}.$$

第二种方法: 描述法. 当集合 A 是由具有某种性质 P 的元素的全体所构成时, 用下面的方式表示集合 A:

$$A = \{x : x\text{具有性质}P\}.$$

例如, 设 f 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的实值函数, 则 f 的零点所成的集合 A 可表示成

$$A = \{x : f(x) = 0\}.$$

集合的相等与包含

设 A 和 B 是两个集合. 如果 A 和 B 具有完全相同的元素, 则称 A 与 B 相等, 记为 $A = B$.

如果 A 的元素都是 B 的元素, 则称 A 是 B 的子集合, 记为 $A \subset B$ (读作 A 包含于 B), 或 $B \supset A$(读作 B 包含 A).

若 $A \subset B$ 并且 $A \neq B$, 则称 A 为 B 的真子集合.

按照这个定义, 空集合 $\varnothing$ 是任何集合的子集合.

由定义知道 $A = B$ 当且仅当 $A \subset B$ 并且 $B \subset A$.